

2

比例と反比例(1)

例題 1 比例の式

y は x に比例し、 $x=2$ のとき $y=-6$ である。

(1) y を x の式で表せ。

比例定数を a とすると、 $y=ax$ と表される。

$x=2$ のとき $y=-6$ であるから、

$$-6=a \times 2 \quad a=-3$$

$$\text{答} \quad y=-3x$$

(2) $x=-5$ のときの y の値を求めよ。

(1) で求めた式に $x=-5$ を代入すると、

$$y=-3 \times (-5)=15$$

$$\text{答} \quad y=15$$

ポイント

関数

- ・ともなうて変わる2つの変数 x, y があり、 x の値を決めると、それに対応する y の値がただ1つ決まる時、 y は x の関数であるという。

比例の式

- ・ y が x の関数で、 x と y の関係が、 $y=ax$ (a は比例定数) の形で表される。

1 (1) 次の①, ②について、 y を x の式で表せ。また、その比例定数を答えよ。

① 分速60mで x 分間歩いたとき、進んだ道のりは ym である。

② 縦の長さが14cm、横の長さが x cm の長方形の面積は ycm^2 である。

(2) y は x に比例し、 $x=-4$ のとき $y=16$ である。

① y を x の式で表せ。

② $x=3$ のときの y の値を求めよ。

例題 2 比例のグラフ

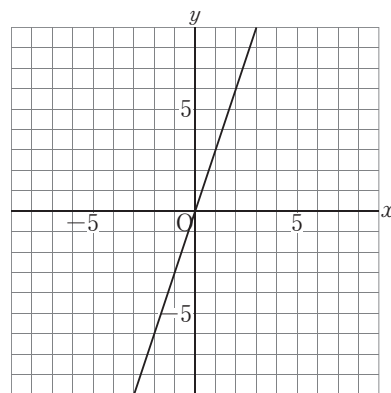
$y=3x$ について、 x の値に対応する y の値を求めて表を完成させ、

グラフをかけ。

x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-9	-6	-3	0	3	6	9	...

$y=3x$ にそれぞれの x の値を代入する。

原点とたとえば点(3, 9)を通る直線をひけばよい。



2 次の比例の関係について、 x の値に対応する y の値を求めて表を完成させ、

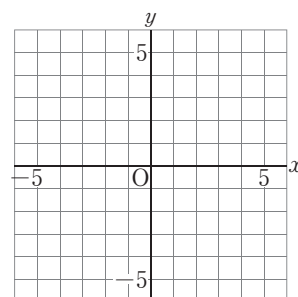
グラフをかけ。

(1) $y=-3x$

x	...	-2	-1	0	1	2	...
y

(2) $y=\frac{2}{3}x$

x	...	-6	-3	0	3	6	...
y



例題 3 反比例の式

y は x に反比例し、 $x=3$ のとき $y=8$ である。

(1) y を x の式で表せ。

比例定数を a とすると、 $y = \frac{a}{x}$ と表される。

$x=3$ のとき $y=8$ であるから、 $8 = \frac{a}{3}$ $a=24$ 答 $y = \frac{24}{x}$

(2) $x=-4$ のときの y の値を求めよ。

(1)で求めた式に $x=-4$ を代入すると、 $y = \frac{24}{-4} = -6$ 答 $y = -6$

ポイント

反比例の式

・ y が x の関数で、 x と y の関係が、

$y = \frac{a}{x}$ (a は比例定数) の形で表される。

別解 (1) x と y の積は一定で比例定数に等しい ($xy=a$) から、
 $a=3 \times 8=24$ $y = \frac{24}{x}$

3 (1) 次の①、②について、 y を x の式で表せ。また、その比例定数を答えよ。

① 3Lの牛乳を x 人で等分したときの1人分の量は y L である。

② 面積が 24cm^2 、底辺が $x\text{cm}$ の平行四辺形の高さは $y\text{cm}$ である。

(2) y は x に反比例し、 $x=2$ のとき $y=-9$ である。

① y を x の式で表せ。

② $x=-6$ のときの y の値を求めよ。

例題 4 反比例のグラフ

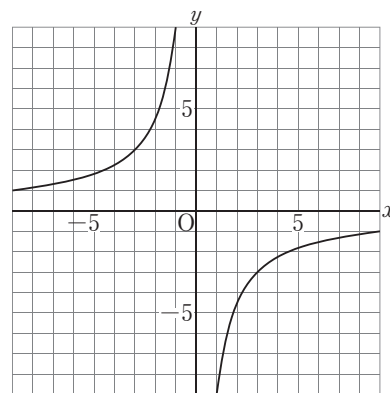
$y = -\frac{9}{x}$ について、 x の値に対応する y の値を求めて表を完成させ、

グラフをかけ。

x	...	-9	-3	-1	0	1	3	9	...
y	...	1	3	9	 	-9	-3	-1	...

↑ 反比例の関係では、 $x=0$ のときは考えない。

対応する x 、 y の値の組を座標とする点を多くとって結び、なめらかな2つの曲線(双曲線)をかく。



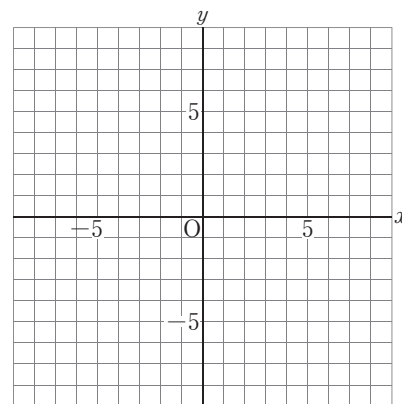
4 次の反比例の関係について、 x の値に対応する y の値を求めて表を完成させ、グラフをかけ。

(1) $y = \frac{16}{x}$

x	...	-8	-4	-2	0	2	4	8	...
y

(2) $y = -\frac{8}{x}$

x	...	-4	-2	-1	0	1	2	4	...
y



練習問題 A

① y は x に比例し、 $x=3$ のとき $y=-18$ である。このとき、次の問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

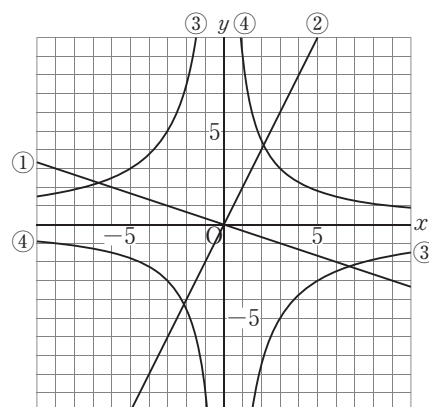
(2) $x=5$, $x=-4$ のときの y の値をそれぞれ求めよ。

② y は x に反比例し、 $x=4$ のとき $y=12$ である。このとき、次の問いに答えよ。

(1) y を x の式で表せ。

(2) $x=3$, $x=-8$ のときの y の値をそれぞれ求めよ。

③ 次の図の①, ②は比例のグラフ, ③, ④は反比例のグラフである。 y を x の式で表せ。



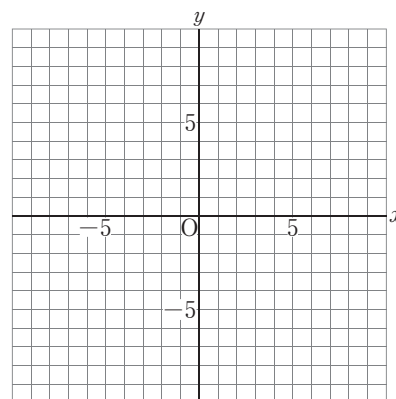
④ 次の問いに答えよ。

(1) $y = -\frac{4}{3}x$ のグラフをかけ。

(2) $y = \frac{8}{x}$ について、 x の値に対応する y の値を求めて表を完成させ、
グラフをかけ。

x	...	-8	-4	-2	-1	0	1	2	4	8	...
y	...					X					...

(3) $y = -5x$ について、 x の変域が $-2 \leq x \leq 3$ のときの y の変域を求めよ。



練習問題 B

① 次のア～エのうち、 y が x に比例するものはどれか。1つ選び、記号で答えよ。 〈大阪〉

- ア 縦の長さが x cm、横の長さが10cmである長方形の周の長さ y cm
- イ 1辺の長さが x cmである正方形の面積 y cm²
- ウ 面積が20cm²である直角三角形の直角をはさむ2辺の長さ x cmと y cm
- エ 1辺の長さが x cmである正三角形の周の長さ y cm

② 次の問いに答えよ。

(1) y は x に比例し、 $x=12$ のとき $y=-8$ である。 $x=-3$ のときの y の値を求めよ。 〈島根〉

(2) y は x に反比例し、 $x=8$ のとき $y=-\frac{3}{4}$ である。 y を x の式で表せ。 〈宮崎〉

(3) 右の表は、 y が x に反比例する関係を表したものである。

このとき、表の□にあてはまる数を求めよ。 〈福島〉

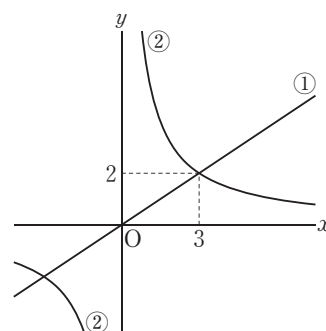
x	…	0	2	4	6	…
y	…	 	24	12	□	…

③ y が x の関数であり、 $y=-\frac{1}{x}$ という関係が成り立つとき、次のア～エのうち、正しいものを1つ選び、

記号で答えよ。 〈大阪〉

- ア y は x に比例する。
- イ グラフは y 軸を対称の軸として線対称である。
- ウ x の値が負のとき、 y の値も負である。
- エ x の変域が $x>0$ のとき、 x の値が増加すれば y の値も増加する。

④ 右の図は、比例と反比例のグラフである。それぞれ y を x の式で表せ。



実戦問題

1 次の問いに答えよ。

(1) y は x に比例し, $x=6$ のとき $y=9$ である。 $x=-10$ のときの y の値を求めよ。

(2) y は x に反比例し, $x=-4$ のとき $y=3$ である。 $x=6$ のときの y の値を求めよ。

〈本庄東高〉

(3) y は x に反比例し, $x=-6$ のとき $y=20$ である。 $y=8$ のときの x の値を求めよ。

〈共立女子第二高〉

(4) y は x に反比例し, $x=3$ のとき $y=4$ である。 $y=20$ のときの x の値を求めよ。

〈西南学院高〉

2 次の問いに答えよ。

(1) y は x に反比例し, $x=2$ のとき $y=4$ である。 x の変域が $5 \leq x \leq 16$ のとき y の変域を求めよ。

〈熊本マリスト学園高〉

(2) 関数 $y = \frac{12}{x}$ について, x の変域が $a \leq x \leq b$ のとき, y の変域は $2 \leq y \leq 4$ である。このとき, a , b の値を求めよ。

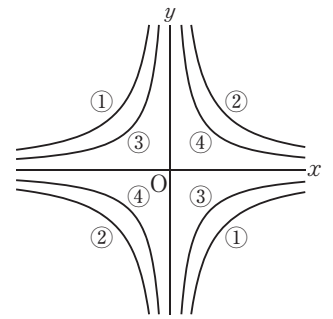
〈近畿大附高〉

(3) 関数 $y = \frac{a}{x}$ で, x の変域が $-8 \leq x \leq -4$ であるとき, y の変域は $b \leq y \leq -3$ である。 a , b の値を求めよ。

〈桐朋高〉

3 右の①～④の双曲線は、次のア～エのグラフをかいたものである。①～④はそれぞれどのグラフを表しているか、ア～エの記号で答えよ。

ア $y = \frac{30}{x}$ イ $y = \frac{16}{x}$ ウ $y = -\frac{30}{x}$ エ $y = -\frac{16}{x}$



4 次の問いに答えよ。

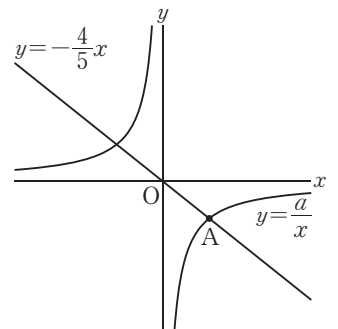
(1) 反比例 $y = \frac{a}{x}$ (a は定数) のグラフ上に 2 点 A(9, 8), B(b , -6) があるとき、 b の値を求めよ。

(2) $y = \frac{36}{x}$ のグラフと $y = ax$ のグラフがともに点(4, b)を通るとき、 a , b の値を求めよ。

5 右の図のように、 $y = -\frac{4}{5}x$ のグラフと $y = \frac{a}{x}$ ($a < 0$) のグラフが点 A で交わっており、A の x 座標は 5 である。このとき、次の問いに答えよ。

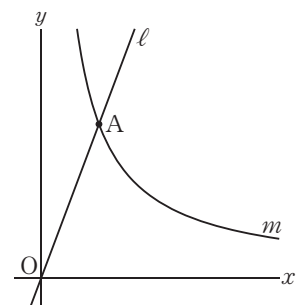
(1) 点 A の y 座標を求めよ。

(2) a の値を求めよ。



6 右の図の直線 ℓ 、曲線 m ($x > 0$ の部分) はそれぞれ比例、反比例のグラフである。また、 ℓ と m の交点 A の座標は (3, 8) である。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 直線 ℓ 、曲線 m の式をそれぞれ求めよ。



(2) 曲線 m ($x > 0$ の部分) 上の点で x 座標と y 座標がともに整数であるような点は全部で何個あるか。