7　空間図形

テーマ1　立体の表面積，体積

例題　□(1)　右の図1のような四角形を，直線ℓを軸として1回転してできる立体の表面積と体積を求めなさい。

図1

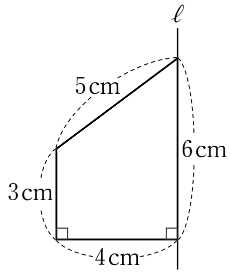
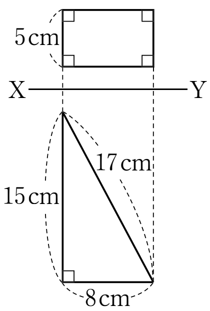


図2

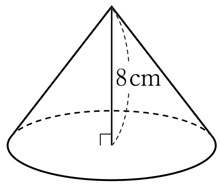


(2)　右の図2の投影図で表された立体について答えなさい。

□①　この立体の名前を答えなさい。

□②　この立体の表面積と体積を求めなさい。

1　右の図の円錐の側面の展開図は，半径が10cm，中心角が216°のおうぎ形になる。この円錐の表面積と体積を求めなさい。□



2　右の図1のような半円を直線ℓを軸として1回転してできる球をP，図2のような中心角が90°のおうぎ形を直線mを軸として1回転してできる半球をQとする。このとき，次の問いに答えなさい。

図1

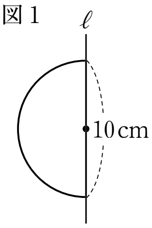
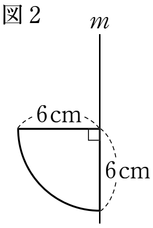


図2



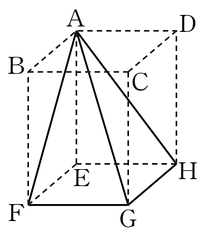
□(1)　表面積は，どちらの方がどれだけ大きいですか。

□(2)　体積は，どちらの方がどれだけ大きいですか。

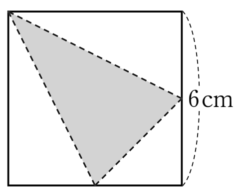
3　次の問いに答えなさい。

□(1)　底面の半径が5cmで，表面積が160π cm^{2}の円柱がある。この円柱の高さと体積を求めなさい。

□(2)　右の図のように，直方体ABCD−EFGHの中に，四角錐A−EFGHをつくった。AB＝AD＝3cm，AE＝4cmで，このとき，AF＝5cmとなる。この四角錐の表面積と体積を求めなさい。



4　ある三角錐の展開図をかいたら，右の図のような1辺の長さが6cmの正方形ができた。この三角錐について，次の問いに答えなさい。

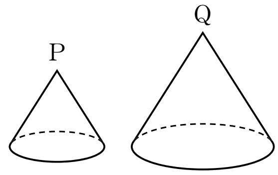


□(1)　体積を求めなさい。

□(2)　黒くぬった部分の面を底面としたときの高さを求めなさい。

テーマ2　相似な立体の表面積と体積，空間図形と三平方の定理

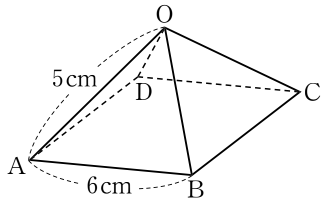
例題　(1)　右の図の円錐P，Qは相似であり，底面の半径の比は2：3である。このとき，次の問いに答えなさい。



□①　円錐Qの表面積が$162\,cm^2$のとき，円錐Pの表面積を求めなさい。

□②　円錐Pの体積が$80\,cm^3$のとき，円錐Qの体積を求めなさい。

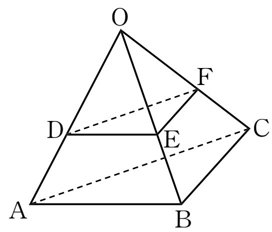
(2)　右の図の立体は，底面が1辺6 cmの正方形，他の辺の長さはすべて5 cmの正四角錐である。これについて，次の問いに答えなさい。



□①　この正四角錐の体積を求めなさい。

□②　底面の対角線の交点と面OABとの距離を求めなさい。

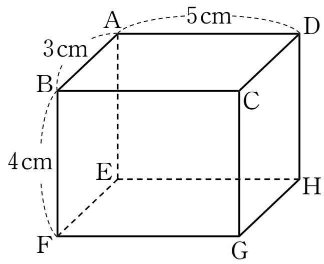
5　右の図の三角錐OABCにおいて，OD：DA＝3：2であり，面DEFと面ABCは平行である。このとき，次の問いに答えなさい。



□(1)　三角錐OABCと三角錐ODEFの表面積の比を求めなさい。

□(2)　三角錐ODEFの体積が$54\,cm^3$のとき，三角錐OABCから三角錐ODEFを除いた立体の体積を求めなさい。

6　右の図は，AB＝3cm，AD＝5cm，BF＝4cmの直方体である。これについて，次の問いに答えなさい。



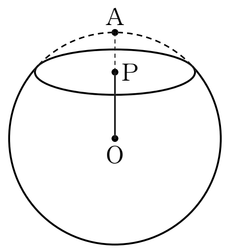
□(1)　対角線AGの長さを求めなさい。

□(2)　点Fと対角線AGの距離を求めなさい。

□(3)　辺BC上に，AP＝GP となる点Pをとる。このとき，線分BPの長さを求めなさい。

□(4)　直方体の面上に，頂点Aから辺BF上の点を通って頂点Gまでひもをかける。ひもの長さが最も短くなるときのひもの長さを求めなさい。

7　球Oの面上に点Aをとり，直線OAに垂直な平面で球を切ると，切り口は円となる。この直線OAに垂直な平面と直線OAの交点をPとするとき，次の問いに答えなさい。

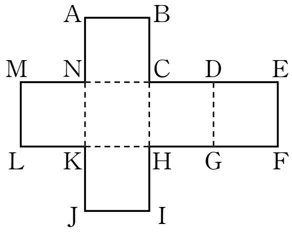


□(1)　球Oの半径が9 cmで，切り口の円の面積が$45\pi\,cm^2$のとき，線分OPの長さを求めなさい。

□(2)　AP＝4cmで，切り口の円の半径が6 cmのとき，球の半径を求めなさい。

練 習 問 題

1 右の図は，立方体の展開図である。この展開図を組み立ててできる立体について，次の問いに答えなさい。



⑴ 次の点や辺と重なるのは，それぞれどの点や辺ですか。

□① 点E　　□② 辺JI

⑵ 次の辺と辺の位置関係は，「ねじれの位置にある，平行である，交わる」のどれですか。

□① 辺ANと辺IH　　□② 辺MLと辺GF　　□③ 辺KHと辺CD

2 次の問いに答えなさい。

□⑴ 右の図１は，長方形と中心角が90°のおうぎ形を組み合わせた図形である。この図形を，直線 ℓ を軸として１回転してできる立体の表面積と体積を求めなさい。

□⑵ 右の図２で，$\ell /\!/ AB$ である。△ABCを直線 ℓ を軸として１回転させてできる立体の表面積と体積を求めなさい。

図１

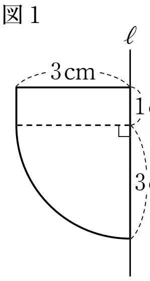
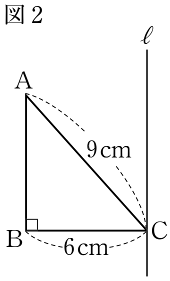


図２



3 次の問いに答えなさい。

□⑴ 相似な立体A，Bの表面積の比は，25：4である。立体Bの体積が $32\,cm^3$ であるとき，立体Aの体積を求めなさい。

□⑵ 右の図１は，底面の円の中心がO，頂点Pである高さが54cmの円錐を，OA：AP＝1：2となるOP上の点Aを通る平面で切り，下側の円錐を取り除いてつくった容器である。また，図２は図１のもとの円錐と底面が合同で，高さが等しい円柱の容器である。図１の容器にいっぱいに水を入れ，それを図２の円柱の容器に移すと，水の深さは何cmになりますか。

図１

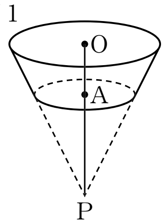
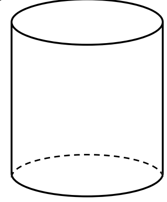


図２



4 次の問いに答えなさい。

□⑴ 右の図１は，１辺の長さが4cmの立方体で，点M，Nは，それぞれ辺BF，DHの中点である。このとき，四角形AMGNの面積を求めなさい。

図１

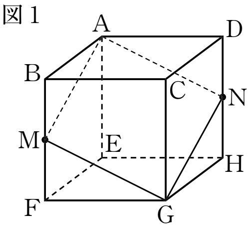
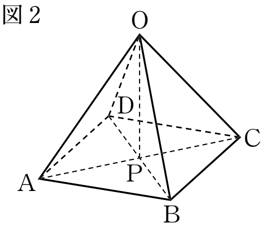


図２



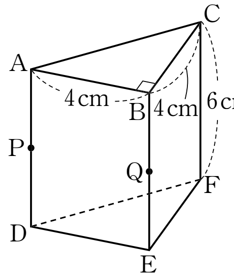
⑵ 右の図２は，底面がAB＝8cm，BC＝6cmの長方形で，OA＝OB＝OC＝OD＝13cmの四角錐である。

□① この四角錐の高さOPは何cmですか。

□② △OABの面積は△OBCの面積の何倍ですか。

実　戦　問　題

1 右の図のような，AB＝BC＝4cm，∠ABC＝90°の△ABCを底面とし，高さが6cmの三角柱がある。これについて，次の問いに答えなさい。



□(1)　点F，辺ADの中点P，辺BEの中点Qを通る平面で切って，この三角柱を2つの立体に分ける。頂点Dをふくむ方の立体の体積を求めなさい。

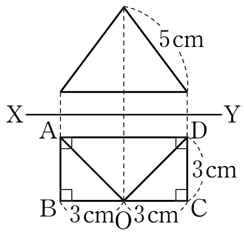
(2)　3点A，C，Eを通る平面で切って，この三角柱を2つの立体に分ける。

□①　頂点Dをふくむ方の立体の体積を求めなさい。

□②　切り口の△ACEの面積を求めなさい。

□③　頂点Bをふくむ方の立体で，切り口の△ACEを底面としたときの高さを求めなさい。

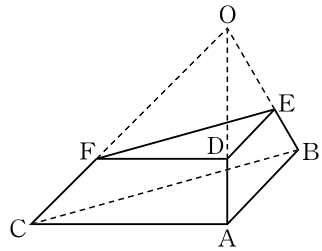
2 右の投影図で表された四角錐OABCDについて，次の問いに答えなさい。



□(1)　四角錐OABCDの表面積と体積を求めなさい。

□(2)　母線OAの長さを求めなさい。

3 右の図は，AB＝AC＝6cm，∠BAC＝90°の△ABCを底面とし，OAを高さとする三角錐OABCを底面に平行な平面で切って，2つの立体に分けたときの，頂点Aをふくむ方の立体である。また，△DEFは切り口である。AD＝2cm，DE＝DF＝4cmのとき，次の問いに答えなさい。

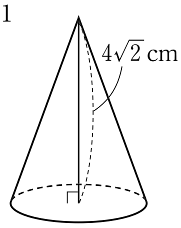


□(1)　この立体の体積を求めなさい。

□(2)　台形BEFCの面積を求めなさい。

4 右の図1は，高さが$4\sqrt{2}$cmの円錐で，この円錐の側面の展開図は，中心角が120°のおうぎ形である。これについて，次の問いに答えなさい。

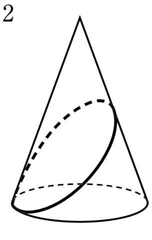
図1



□(1)　この円錐の表面積と体積を求めなさい。

(2)　右の図2のように，底面の円周上の1点から，側面にそって1周するようにひもをかける。このひもが最も短くなるとき，次の問いに答えなさい。

図2



□①　ひもの長さを求めなさい。

□②　円錐の側面をこのひもで2つに分けるとき，円錐の頂点をふくむ方の面積を求めなさい。