

8

式の計算(2)

例題1 式の値・数の計算への利用

(1) 次の式の値を求めよ。

① $x=8, y=-3$ のとき, $(x-2y)^2-x(x-5y)$ の値

式を簡単にしてから, 文字に数を代入する。

$$\begin{aligned} (x-2y)^2-x(x-5y) &= x^2-4xy+4y^2-x^2+5xy \\ &= xy+4y^2 \\ &= 8 \times (-3) + 4 \times (-3)^2 \\ &= 12 \end{aligned}$$

答 12

② $x=15, y=3$ のとき, $x^2-8xy+16y^2$ の値

式を因数分解してから, 文字に数を代入する。

$$\begin{aligned} x^2-8xy+16y^2 &= (x-4y)^2 \\ &= (15-4 \times 3)^2 \\ &= 3^2 \\ &= 9 \end{aligned}$$

答 9

(2) 次の式を, くふうして計算せよ。

① $96^2 = \left(\frac{100}{x} - \frac{4}{a}\right)^2$ ← $(x-a)^2$ の展開

$$= \frac{100^2}{x^2} - 2 \times \frac{4 \times 100}{2ax} + \frac{4^2}{a^2} = 9216$$

② $\frac{35^2}{x^2} - \frac{15^2}{a^2}$ ← x^2-a^2 の因数分解

$$= \left(\frac{35}{x} + \frac{15}{a}\right) \times \left(\frac{35}{x} - \frac{15}{a}\right) = 1000$$

1 次の式の値を求めよ。

(1) $x=6, y=-5$ のとき,

$(2x^2y^2+7xy) \div xy$ の値

(2) $x=-4, y=2$ のとき,

$2(x-y)(x-3y)-4x(x-2y)$ の値

(3) $x=53$ のとき, x^2-6x+9 の値

(4) $x=38, y=7$ のとき, $x^2+2xy-24y^2$ の値

2 次の式を, くふうして計算せよ。

(1) 98^2

(2) 63^2

(3) 105×95

(4) 17^2-13^2

(5) 34^2-26^2

(6) 52^2-48^2

例題2 整数の性質・図形への利用

- (1) 連続する2つの奇数の積に1をたした数は、4の倍数であることを証明せよ。

《ポイント》

整数 n を使って表す。

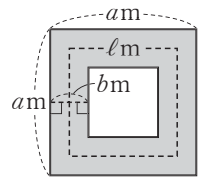
- ・連続する2つの奇数は、 $2n-1, 2n+1$
- ・連続する2つの偶数は、 $2n, 2n+2$
- ・連続する3つの整数は、 $n-1, n, n+1$

答 n を整数とすると、連続する2つの奇数は、 $2n-1, 2n+1$ と表せる。

$$(2n-1)(2n+1)+1=4n^2-1+1=4n^2$$

したがって、連続する2つの奇数の積に1をたした数は、4の倍数である。

- (2) 右の図のように、1辺の長さが am の正方形の土地の内側に、幅 bm の道がある。この道の面積を $S\text{m}^2$ 、道の真ん中を通る線の長さを ℓm とするとき、 $S=b\ell$ となることを証明せよ。



答 道を除いた正方形の1辺の長さは $(a-2b)m$ と表せるから、

$$S=a^2-(a-2b)^2=a^2-(a^2-4ab+4b^2)=a^2-a^2+4ab-4b^2=4ab-4b^2=4b(a-b)\cdots\textcircled{1}$$

道の真ん中を通る線によってつくられる正方形の1辺の長さは $(a-b)m$ と表せるから、 $\ell=4(a-b)$

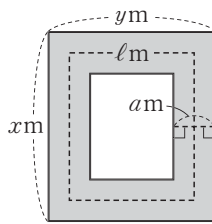
したがって、 $b\ell=b\times 4(a-b)=4b(a-b)\cdots\textcircled{2}$

①, ②より、 $S=b\ell$

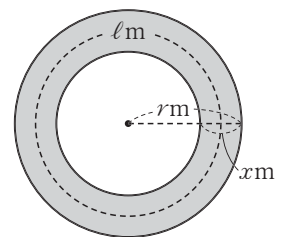
- 1(1) 連続する2つの偶数の2乗の和に4をたした数は、8の倍数であることを証明せよ。

- (2) 連続する3つの整数では、最も大きい数と最も小さい数の積に1をたした数は、中央の数の2乗に等しくなることを証明せよ。

- 2(1) 右の図のように、縦が $x\text{m}$ 、横が $y\text{m}$ の長方形の土地の内側に、幅 $a\text{m}$ の道がある。この道の面積を $S\text{m}^2$ 、道の真ん中を通る線の長さを ℓm とするとき、 $S=a\ell$ となることを証明せよ。



- (2) 右の図のように、半径 $r\text{m}$ の円形の土地の内側に幅 $x\text{m}$ の道がある。この道の面積を $S\text{m}^2$ 、道の真ん中を通る円周の長さを ℓm とする。このとき、 $S=x\ell$ となることを証明せよ。



練習問題

1 次の式の値を求めよ。

(1) $a=5, b=-4$ のとき,

$(6a^2b^2-9ab^2) \div (-3ab)$ の値

(2) $x=2.5, y=-1.5$ のとき,

$x^2-10xy+25y^2$ の値

2 次の式を, くふうして計算せよ。


(1) 5.6^2

(2) 97×103

(3) $1.2^2-3.8^2$

3 次の問いに答えよ。

(1) 連続する2つの奇数の積に, 大きい奇数の2倍をたした数は, 大きい奇数の2乗になることを証明せよ。

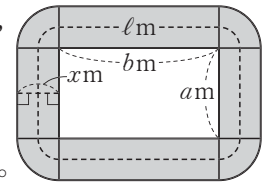
(2) 右のカレンダーで, 図の  のように, 縦に並んだ3つの数を囲むとき, 最も大きい数の2乗から最も小さい数の2乗をひいた差は, 中央の数の28倍になる。このことを証明せよ。

日	月	火	水	木	金	土
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30				

4 次の問いに答えよ。

(1) 1辺が a cm の正方形がある。この正方形の縦を $2b$ cm 短くし, 横を b cm 長くして長方形をつくと, 面積はもとの正方形よりもどれだけ減るか。

(2) 右の図のように, 縦が a m, 横が b m の長方形の土地の周囲に, 幅 x m で, 4つのかどが弧を描くように道をつくる。



この道の面積を S m², 道の真ん中を通る線の長さを l m とするとき, $S=xl$ となることを証明せよ。

実 戦 問 題

1 次の式の値を求めよ。

(1) $x=4, y=-\frac{1}{6}$ のとき,
 $(10x^2y-12xy^2) \div \frac{2}{5}xy$ の値

(2) $a=-\frac{2}{3}, b=\frac{1}{2}$ のとき,
 $9a^2+24ab+16b^2$ の値

2 次の式を、くふうして計算せよ。

(1) 94×99

(2) $\frac{1}{4} \times 27^2 - \frac{1}{4} \times 13^2$

(3) $107^2 - 2 \times 105 \times 107 + 105^2$

3 次の問いに答えよ。

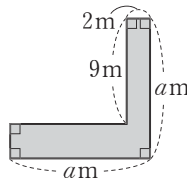
(1) 右の図のように、自然数を1から順に規則正しく並べる。5つの数を \oplus の形で囲むとき、中央の数の上下の数の積から左右の数の積をひくと、その差は必ず15になる。このことを証明せよ。

1列目	1	5	9	13	...
2列目	2	6	10	14	...
3列目	3	7	11	15	...
4列目	4	8	12	16	...

(2) n が自然数のとき、 n^3-n は偶数であることを証明せよ。

4 次の問いに答えよ。

(1) 右の図のような形の花だんがある。この花だんの面積と同じ面積の長方形の花だんをつくる時、縦と横の長さを何mにすればよいか。それぞれ a の1次式で表せ。



(2) 右の図のように、基石を規則正しく並べていく。このとき、 n 段目まで並べたあとに基石を $3(2n+3)$ 個つけ加えると $(n+3)$ 段目まで並べることができることを証明せよ。

