23 平行四辺形

テーマ 7 平行四辺形の性質

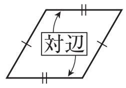
要点 2 組の対辺がそれぞれ平行な四角形を平行四辺形という。（定義）

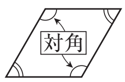
●平行四辺形には，次の性質がある。

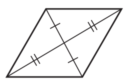
定理 1 2 組の対辺はそれぞれ等しい。

2 2 組の対角はそれぞれ等しい。

3 対角線はそれぞれの中点で交わる。



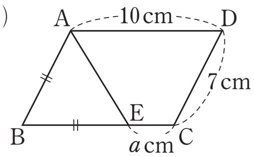




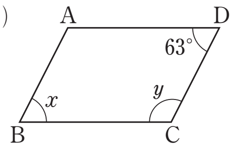
例題 右の図の▱ABCD で，a の値，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

平行四辺形 ABCD を▱ABCD と書くことがある。

(1)



(2)



解法 (1) AB＝DC，BC＝AD より，
AB＝BE＝7cm，BC＝10cm
よって，$a=10-7=3$

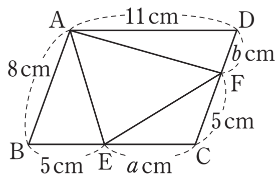
(2) $\angle B=\angle D$ より，$\angle x=63°$
また，$\angle B+\angle C=180°$ だから，
$\angle y=180°-63°=117°$

AB∥DC

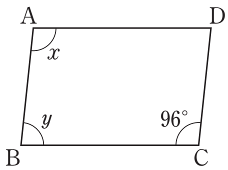
解答 (1) $\boldsymbol{a=3}$ (2) $\boldsymbol{\angle x=63°}$，$\boldsymbol{\angle y=117°}$

1 下の図の▱ABCD で，a，b の値，$\angle x$，$\angle y$ の大きさを求めなさい。

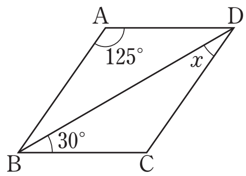
□(1)*



□(2)*

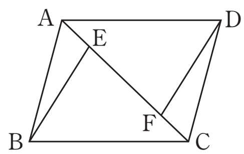


□(3)



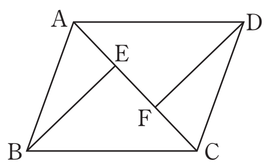
テーマ 8 平行四辺形の性質の利用

例題 ▱ABCD で，対角線 AC 上に，AE＝CF となるように点 E，F をとるとき，△ABE≡△CDF であることを証明しなさい。



解答 △ABE と△CDF において，仮定より，AE＝CF
平行四辺形の対辺だから，AB＝CD AB∥DC より，$\angle BAE=\angle DCF$
2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，△ABE≡△CDF

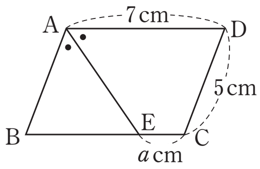
□**2*** ▱ABCD で，対角線 AC に頂点 B，D からそれぞれ垂線 BE，DF をひく。このとき，△BCE≡△DAF であることを証明しなさい。

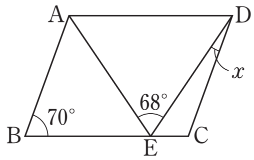


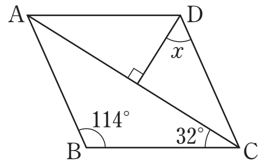
練習問題 1

1 下の図の▱ABCDで，aの値，$\angle x$の大きさを求めなさい。 ➡テーマ7

□(1)* $\angle$BAE＝$\angle$DAE　　□(2)　AE＝DE　　□(3)*

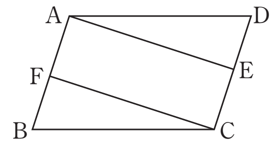




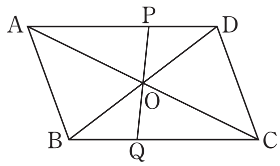


2 次の問いに答えなさい。 ➡テーマ8

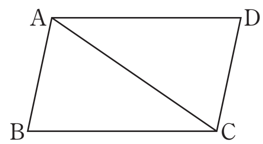
□(1)* ▱ABCDで，頂点A，Cからそれぞれ辺CD，ABに垂線AE，CFをひく。このとき，△AED≡△CFBであることを証明しなさい。



□(2)　▱ABCDで，対角線AC，BDの交点Oを通る直線が辺AD，BCと交わる点をそれぞれP，Qとする。このとき，AP＝CQであることを証明しなさい。

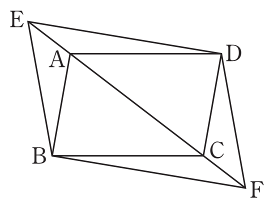


□**3*** 四角形ABCDは，1組の対辺が平行でその長さが等しいとき，平行四辺形である。このことを，右の図を使い，仮定と結論を書いて証明しなさい。（定理⑤の証明） ➡テーマ9

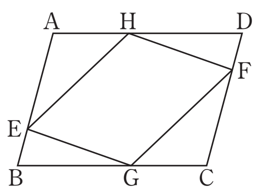


4 次の問いに答えなさい。 ➡テーマ10

□(1)* 右の図のように，▱ABCDの対角線ACの延長上に点E，FをAE＝CFとなるようにとる。このとき，四角形EBFDは平行四辺形であることを証明しなさい。



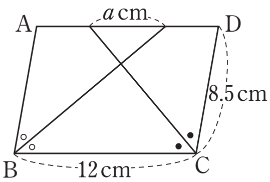
□(2)　▱ABCDで，辺AB，CD上にAE＝CFとなるようにそれぞれ点E，Fをとり，辺BC，AD上にBG＝DHとなるようにそれぞれ点G，Hをとる。このとき，四角形EGFHは平行四辺形であることを証明しなさい。

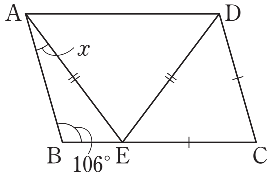


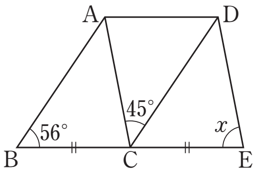
実戦問題

1 下の図の▱ABCDで，aの値，$\angle x$の大きさを求めなさい。ただし，同じ印をつけた線分や角はそれぞれ等しいものとする。

➡テーマ7

□(1)*


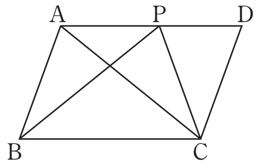
□(2)*


□(3)


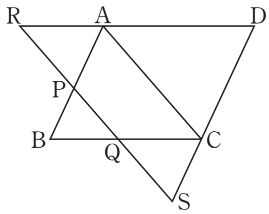
2 次の問いに答えなさい。

➡テーマ8

□(1)* 右の図の四角形ABCDは平行四辺形である。辺AD上に点Pを DC＝PCとなるようにとる。このとき，△ABC≡△PCBであることを証明しなさい。



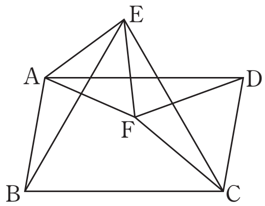
□(2) 右の図のように，▱ABCDで，対角線ACに平行な直線が辺AB，BC，およびDA，DCの延長と交わる点をそれぞれP，Q，R，Sとする。このとき，RP＝QSであることを証明しなさい。



(3) 右の図のように，▱ABCDの辺BC，CDをそれぞれ1辺とする正三角形BCE，正三角形CDFをつくるとき，

□① △ABE≡△FDAであることを証明しなさい。

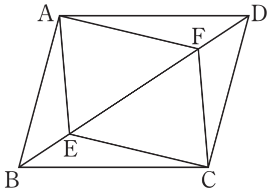
□② △AEFは正三角形であることを証明しなさい。



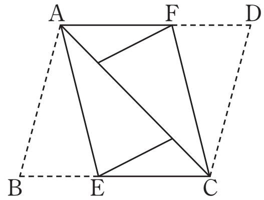
3* 次の問いに答えなさい。

➡テーマ10

□(1) 右の図のように，▱ABCDの対角線BD上に点E，Fを∠BAE＝∠DCFとなるようにとる。このとき，四角形AECFは平行四辺形であることを証明しなさい。



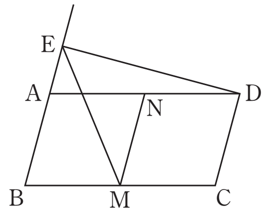
□(2) 右の図は，▱ABCDを，辺AB，CDがそれぞれ対角線ACと重なるように折り，折り目の線分をAE，CFとしたものである。このとき，四角形AECFは平行四辺形であることを証明しなさい。



難関入試にチャレンジ

□**1** BC＝2ABである右の図のような平行四辺形ABCDにおいて，辺BCの中点をM，辺ADの中点をNとし，頂点Dから直線ABに垂線DEをひく。∠EMN＝38°のとき，∠ABCの大きさを求めなさい。

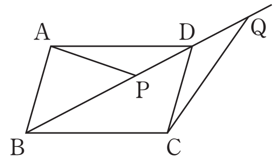
〈筑波大附〉



2 次の問いに答えなさい。

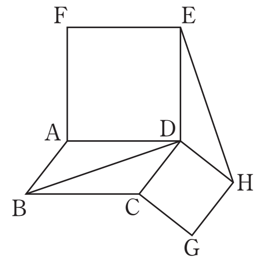
□(1) 右の図のような平行四辺形ABCDにおいて，点Pは線分BD上の点であり，線分BDをDの方向に延ばした直線上に点Qをとる。∠ABP＝∠APB，∠CBQ＝∠CQBのとき，点Dは線分PQの中点であることを証明しなさい。

〈東京都立西〉



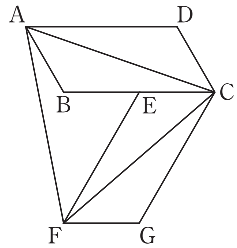
□(2) 図の四角形ABCDは平行四辺形である。辺ADを1辺とする正方形ADEFと，辺CDを1辺とする正方形DCGHを，平行四辺形ABCDと重ならないようにかき加える。このとき，△ABD≡△DHEであることを証明しなさい。

〈神奈川県立横浜翠嵐〉



□(3) 右の図は，∠ABC＝120°の平行四辺形ABCDであり，点EはBCの中点である。平行四辺形ABCDと合同な平行四辺形CEFGを，この2つの平行四辺形どうしが重ならず，線分DCをCの方向に延ばした直線上に点Gがないようにかき加える。このとき，△ACFは正三角形であることを証明しなさい。

〈神奈川県立光陵〉



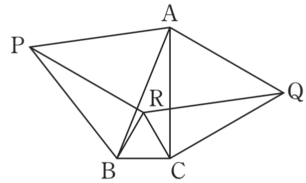
3 次の問いに答えなさい。

□(1) 次の条件を満たす四角形ABCDで，いつでも平行四辺形になるものはどれか。㋐～㋕のなかからすべて選び記号で答えなさい。ただし，点Oは対角線の交点である。

㋐ AB＝DC，AD＝BC	㋑ OA＝OC，OB＝OD
㋒ AB＝DC，AD∥BC	㋓ OA＝OC，AB∥DC
㋔ AB＝DC，∠ABC＋∠DCB＝180°	㋕ ∠BAC＝∠BCA，∠ABC＝∠ADC

□(2) △ABCの2辺AB，ACを1辺とする正三角形ABP，ACQを△ABCの外側にかき，辺BCを1辺とする正三角形BCRを辺BCに対し点Aと同じ側にかく。このとき，四角形APRQは平行四辺形であることを証明しなさい。

〈大阪教育大附池田〉

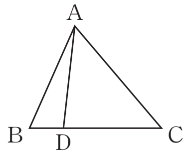


プラスアルファ　三角形と四角形

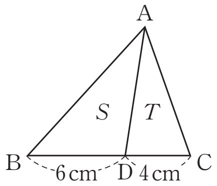
テーマ 1　線分比と面積比(1)

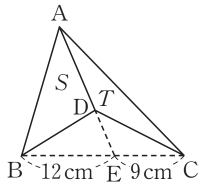
要点　三角形の面積の比は，高さが一定ならば底辺の長さの比に等しい。

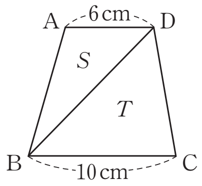
△ABD：△ADC＝BD：DC



例題　図で，２つの図形 S と T の面積の比を求めなさい。ただし，(3)で AD // BC とする。

(1)


(2)


(3)


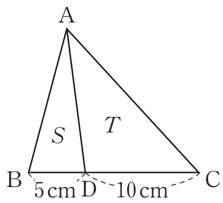
解答　(1)　$S:T=\mathrm{BD}:\mathrm{DC}=6:4=\mathbf{3:2}$

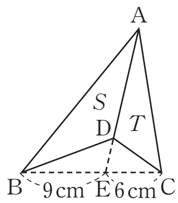
(2)　$\triangle\mathrm{ABE}:\triangle\mathrm{AEC}=\mathrm{BE}:\mathrm{EC}=12:9=4:3$，$\triangle\mathrm{DBE}:\triangle\mathrm{DEC}=\mathrm{BE}:\mathrm{EC}=4:3$

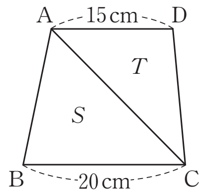
$\triangle\mathrm{ABD}=\triangle\mathrm{ABE}-\triangle\mathrm{DBE}=\frac{4}{3}(\triangle\mathrm{AEC}-\triangle\mathrm{DEC})=\frac{4}{3}\triangle\mathrm{ADC}$，$S:T=\mathbf{4:3}$

(3)　$S:T=\mathrm{AD}:\mathrm{BC}=6:10=\mathbf{3:5}$

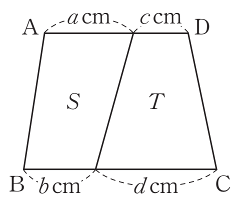
1 ＊図で，２つの図形 S と T の面積の比を求めなさい。ただし，(3)で AD // BC とする。

□(1)


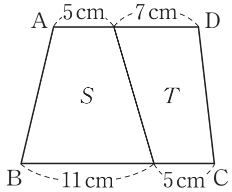
□(2)


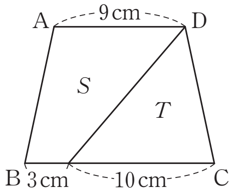
□(3)


□**2**　図の台形ABCDで，AD // BC である。２つの図形 S と T の面積の比が，$S:T=(a+b):(c+d)$ となることを説明しなさい。



3　図で，２つの図形 S と T の面積の比を求めなさい。ただし，(1)，(2)で四角形ABCDは，AD // BC の台形，(3)で四角形ABCDは平行四辺形である。

□(1)


□(2)


□(3)