7 平面図形の性質

例題 1

こうしさんとわかさんは，直方体のケーキを 5 等分に切り分けます。

わ　か：このケーキ，底面が正方形で側面にクリームがぬってあるね。

こうし：縦(たて)に 5 等分すると，ケーキの体積は均等だけど，両はじのケーキの側面のクリームの量が多くて不公平な気がするなあ。

先　生：**図 1** のように切れば，ケーキの体積も，クリームの量も均等ですよ。

わ　か：**図 1** は，各辺の長さを 5 等分する点を利用して，切り分けているね。

こうし：側面のクリームの量が均等になることはすぐにわかるね。

わ　か：**図 1** の A ～ E のケーキの高さはすべて等しいから，**図 2** の A ～ E の多角形の面積がすべて等しければ，体積もすべて等しいといえるね。

こうし：まず，A の三角形と B の四角形の面積が等しいか考えてみよう。

図 1

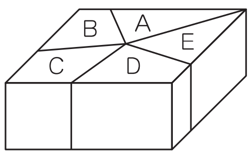
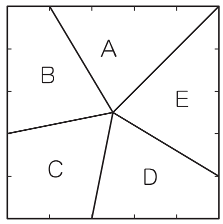


図 2

[図 1 の底面を上から見た図]



〈こうしさんの説明〉

【A の三角形と B の四角形の面積が等しいわけ】
右の図のように，A の三角形を**ア**と**イ**の 2 つの三角形に分け，
B の四角形を，**ウ**と**エ**の 2 つの三角形に分ける。
アと**エ**の三角形は，合同なので，面積は等しい。
イと**ウ**の三角形は，底辺と高さが等しいので，面積は等しい。
だから，A の三角形と B の三角形の面積は等しい。

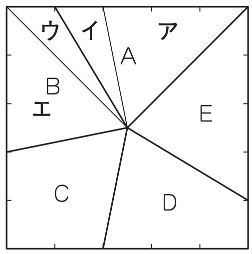


図 2 の A の三角形と C の四角形の面積が等しいわけを，〈こうしさんの説明〉を参考にして，図を用いてことばで説明しなさい。　[岩手県立一関第一改]

考え方

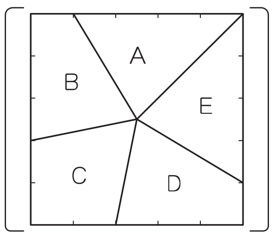
ステップ 1　図に，分ける線をかき入れ，三角形に分ける。

A の三角形と C の四角形を，①＿＿＿＿と高さが等しい三角形に分けるように**図 3** に線を入れます(②)。

ステップ 2　分けた三角形の面積が等しいことを説明する。

A の三角形を**ア**と**イ**，C の四角形を**ウ**と**エ**の 2 つの三角形に分けて**図 3** に記号を書きこみます(③)。**ア**，**イ**，**ウ**，**エ**は，底辺は正方形の 1 辺の長さを 5 等分したうちの ④＿＿＿＿つ分で，高さは正方形の 1 辺の長さの ⑤＿＿＿＿なので，面積が等しくなります。

図3　②，③



答　え

答え　図のように(図 3 参照)，A の三角形をアとイ，C の四角形をウとエの 2 つの三角形に分けると，ア，イ，ウ，エの三角形は，すべて ①＿＿＿＿と高さが等しいので，⑥＿＿＿＿が等しくなります。
よって，A の三角形と C の三角形の面積は等しいといえます。

例題 2

｜辺の長さが｜8cm の正方形の紙があります。この紙を正方形Ａとします。正方形Ａには，それぞれの辺を６等分する線がかかれています。

図１のように，２枚(まい)の正方形Ａの頂点(ちょうてん)が，点Ｑで重なるようにはります。次に，**図２**のように，もう｜枚の正方形Ａを，２つの頂点がそれぞれ，点Ｒ，点Ｓで重なるようにはります。これをくり返していくと，やがて輪のようになり，正方形Ａの頂点が点Ｔで重なりました。このとき，正方形Ａは全部で何枚はられましたか。

［愛媛県共通改］

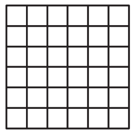

正方形Ａ

図１

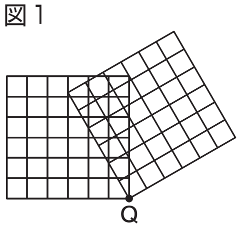
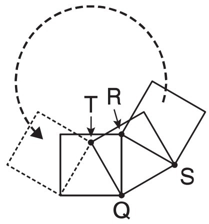


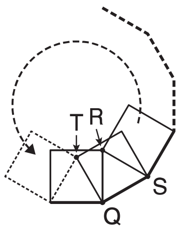
図２



考え方

ステップ１ 正方形Ａをはっていき，輪のようになったときどんな形になるかを考える。

図３



正方形Ａを点Ｒや点Ｓで重なるようにはっていくとき，辺 QS のような外まわりの辺に注目します。（**図３**）

辺はそれぞれ同じ大きさの正方形の｜辺だから，辺の長さは同じです。

輪のように最後の正方形が点Ｔで重なったときにできる形は正多角形です。

ステップ２ 正多角形の辺の数を，中心の角を等分してできる角度から求める。

図４

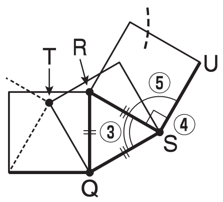


図３でできた正多角形の，辺の数が正方形の枚数になります。

そこで，正多角形の｜辺と｜辺でできる角 QSU の角度を考えます。（**図４**）

三角形 RQS はどの辺も正方形の｜辺なので，①＿＿＿＿になり，角 RSQ の角度が ②＿＿＿＿°，また，角 RSU の角度が ③＿＿＿＿°だから，角 QSU の角度は ②＿＿＿＿°＋③＿＿＿＿°＝④＿＿＿＿°です。

図５

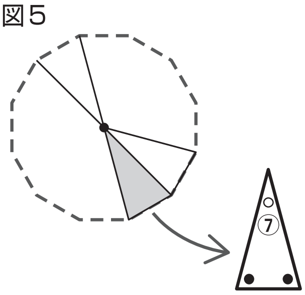
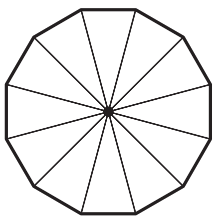


図５のように，中心と２つの頂点を結んでできる二等辺三角形を考えると，角 QSU の角度が ④＿＿＿＿°だから，

●の角度は ④＿＿＿＿°÷２＝⑤＿＿＿＿°，

○の角度は ⑥＿＿＿＿°－⑤＿＿＿＿°×２＝⑦＿＿＿＿°です。

図６



中心の角を等分してできる角度が ⑦＿＿＿＿°になる正多角形を考えます。

⑧＿＿＿＿°÷⑦＿＿＿＿°＝⑨＿＿＿＿だから，正多角形の辺の数は ⑨＿＿＿＿で，正方形Ａの｜辺をはってできる形の名前は ⑩＿＿＿＿＿＿です。（**図６**）

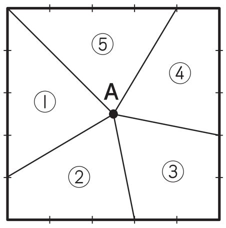
正方形の数は正多角形の辺の数と同じ数なので，正方形Ａは全部で ⑨＿＿＿＿枚はられたことになります。

答え

答え ⑨＿＿＿＿枚

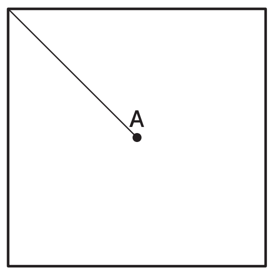
確認問題

1　右の図は，正方形を面積が等しくなるように５等分したところを表しています。各辺を５等分する点を目盛り（めもり）としてかき，目盛り４個分の点をとって，その点と点Ａを結ぶと，①～⑤の面積が等しい三角形や四角形に分けることができました。なおさんは，この例を参考にして，正方形を面積が等しくなるように３等分しようと思います。



点Ａは正方形の対角線の交点とする。

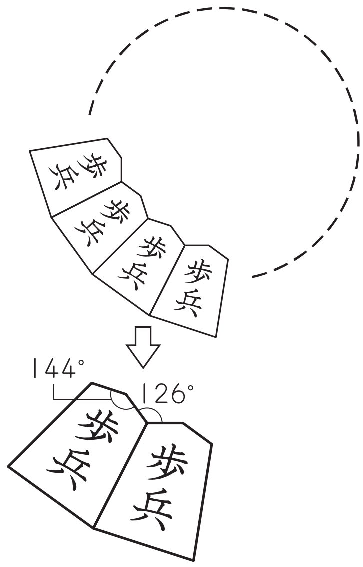
〈なおさんの説明〉
まず，正方形の各辺の長さを３等分する点をかきます。
この点を目盛りと考えると，目盛り〔　　　　〕個分ずつの点をとり，その点と点Ａとを結びます。
そのようにして分けられた四角形は，
［　　　　　］と［　　　　　］が等しい三角形が
〔　　　　〕つずつ合わさった形になるので，どれも面積が等しくなります。



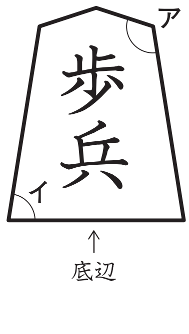
(1) **ステップ**　〈なおさんの説明〉の〔　　〕にあてはまる数と，［　　］にあてはまることばを書きなさい。（数を答えるときは考えられる数のうち，最も小さい数にします。）

(2) 〈なおさんの説明〉の図に等分した線をかき入れ，分けた形にそれぞれ①，②，③を書きなさい。

2　右の図のように，将棋（しょうぎ）の駒（こま）を並（なら）べていくと，何枚か並べたところできっちりと輪ができました。駒は，いちばん上の頂点から，底辺に向かって垂直（すいちょく）になるようにひいた直線を対称（たいしょう）の軸（じく）とする線対称の形になっているものとします。



(1) **ステップ**　右の図の駒のア，イの角の大きさを求めなさい。



ア〔　　　　　　度〕

イ〔　　　　　　度〕

(2) 駒を何枚並べると輪ができましたか。

〔　　　　　　枚〕

練習問題

1 一筆がき遊びや紙テープでかざりづくりをしています。

図１

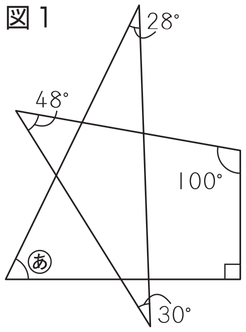
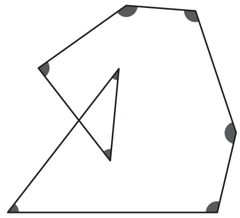


図２



(1) 図１の図形のあの角度を求めなさい。

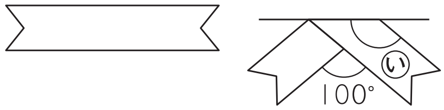
［　　　度］

(2) 図２の図形の◣の角度をすべてたすと何度ですか。

［　　　度］

(3) 図３のように紙テープを切って，ひもにいくつもはりつけて，かべかざりをつくります。図のような角度でかざりたいとき，いの角度は何度にすればよいですか。また，求め方も書きなさい。

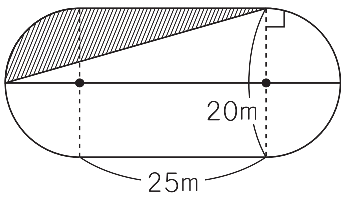
図３



（求め方）

（答え）［　　　度］

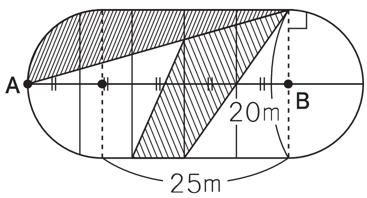
2 けんさんの学校でスポーツ大会をするため，運動場のトラックにいろいろな形にラインをひきました。トラックは直径 20 mの半円が２つと，縦 20 m，横 25 mの長方形を組み合わせた形になっています。



(1) ▨の部分の面積を求めなさい。

［　　　m^2］

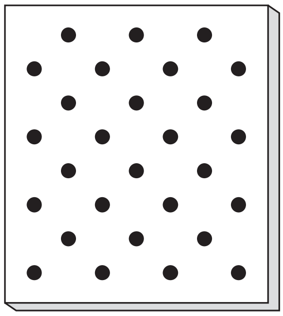
(2) 右の図のように，トラックの上に A 地点，トラックの中に B 地点があります。A 地点から B 地点までの直線部分を５等分した点をそれぞれ通るように，平行な直線をひきました。▧の部分の面積を求めなさい。また，求め方も書きなさい。



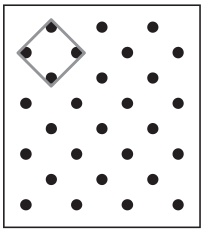
（求め方）

（答え）［　　　m^2］

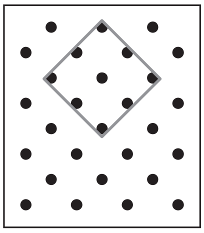
3　右の図のように，板に同じ間かくでピンがささっています。この板に輪ゴムをかけて，異(こと)なる大きさの正方形をあ〜かまで６つつくりました。あの正方形の面積は 2cm^2 です。



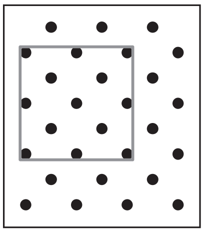
あ



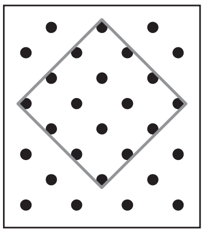
い



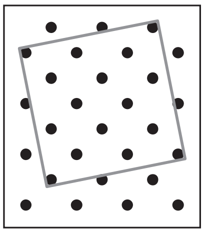
う



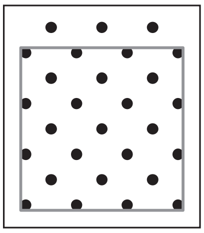
え



お

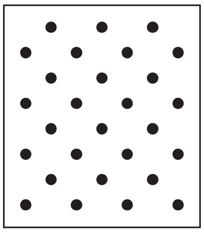


か



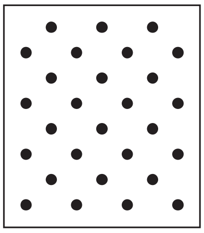
異なる大きさの正方形をあと３つかきなさい。また，それぞれの正方形の面積を求めなさい。

①



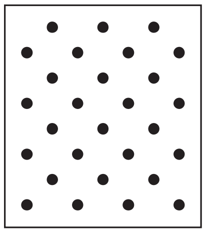
［　　　　cm^2］

②



［　　　　cm^2］

③

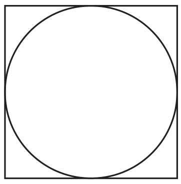


［　　　　cm^2］

4　円のまわりの長さは，「直径」×「円周率」で求めることができます。

(1)　図１のように，円がぴったり入る正方形をかきました。この図を使って，円周率が４より小さいことを説明しなさい。

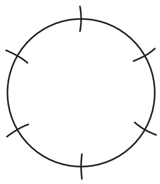
図１



(説明)

(2)　図２のように，コンパスで半径の長さを区切りました。この図を使って，円周率が３より大きいことを説明しなさい。

図２



(説明)

5 図１のような模様のかざり物をつくります。この模様は次のようにかきます。まず，半径が6cmの円の中にぴったり入る正六角形をかき，向かい合う頂点どうしを線で結んで，６つの正三角形をつくります。次に，それぞれの正三角形を図２のように，合同な３つの二等辺三角形に分けます。

正三角形の底辺と高さの比は２：1.7となることが知られています。これを使って，図１の色がついた部分の面積を求めなさい。また，求め方も書きなさい。

図１

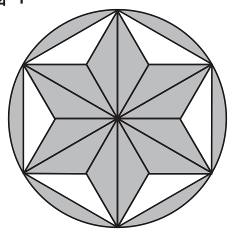
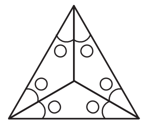


図２

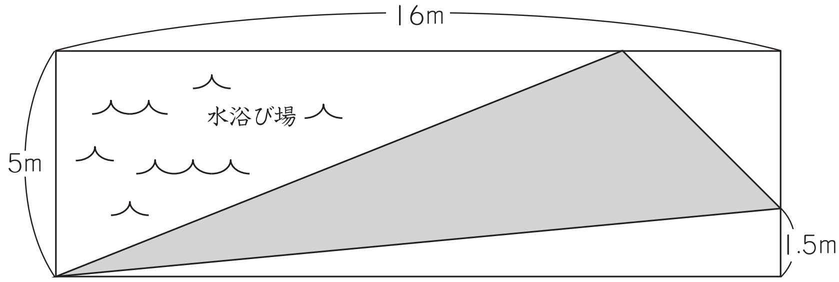


（求め方）

（答え）［　　　　cm^2］

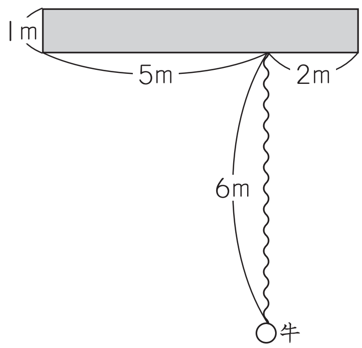
6 ゆうとさんたちは牧場に行きました。

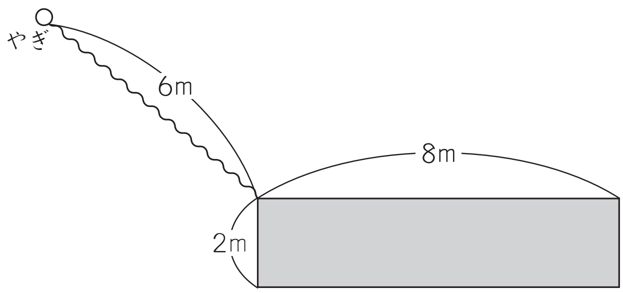
(1) 次のように真上から見ると長方形の形をした動物の遊び場がありました。色がついた部分は屋根があるところで，屋根は水平になっています。水浴び場の面積は32.5m^{2}だそうです。屋根の下に水浴び場はありません。屋根の面積を求めなさい。



［　　　　m^2］

(2) 夜は動物を次のようなかべのあるところに固定されたひもをつけて，つないでいるそうです。動物の動けるはんいはそれぞれ何m^{2}ですか。ただし，動物の大きさやひもの太さは考えないこととします。





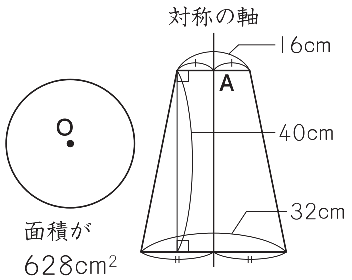
牛［　　　　m^2］　やぎ［　　　　m^2］

実戦問題

1　次のメモの手順で，画用紙を使って，「真上から見た前方後円墳（ぜんぽうこうえんふん）の形」をつくりました。画用紙の厚さは考えないものとして，図３の完成した「真上から見た前方後円墳の形」の面積を求めなさい。

〔「真上から見た前方後円墳の形」をつくったときのメモ〕
① 画用紙から図１のような点Ｏを中心とした「円」と「線対称な台形」をそれぞれ１つずつ切り取った。なお，台形の上底の真ん中を点Ａとした。また，切り取った円の面積は628cm^2 だった。
② 図２のように円の中心点Ｏに台形の上底の真ん中の点Ａを重ねた。
③ 台形と円が交わってできる２つの点を結んだ直線と台形の上底は平行で，その幅（はば）は10cm だった。
④ 台形と円が交わってできる２つの点と点Ｏを結んだ三角形は，直角二等辺三角形だった。

図１　切り取った２つの図形



面積が628cm^2 の円

上底が16cm
下底が32cm
高さが40cm
の線対称な台形

図２　切り取った２つの図形をはり付けた図

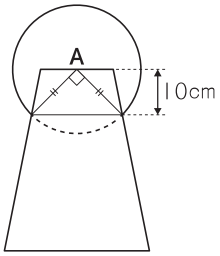
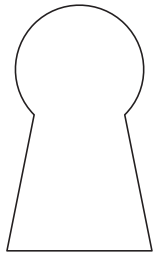


図３　完成した「真上から見た前方後円墳の形」



［さいたま市立浦和］

〔　　　　cm^2〕

2　次の文を読み，下線部の説明に従（したが）って，「ルーローの三角形」を実際にかきなさい。さらに「ルーローの三角形」が，どうして，穴（あな）に落ちにくいのかを65字以上80字以内で説明しなさい。

先　生：マンホールのふたの形は，通りの多い道路ではほとんどが円だよ。正方形や長方形のふたもあることはあるが，それは，あまり通りの多くない場所で使われているよ。では，交通量が多い場所では，なぜ円形のふたが多いのだろう。それは，ふたの落下防止と関係があるんだよ。

よしこ：円の他に穴に落ちにくい形はないのかな。

先　生：あるよ。<u>「ルーローの三角形」というんだよ。</u>
<u>正三角形の頂点を中心にして，１辺が半径となる円をコンパスで３つかくとできるよ。</u>

［新潟市立高志］

ルーローの三角形の図

穴に落ちにくいわけ

3 次のような【条件】で花だんのデザインを考えています。

【条件】

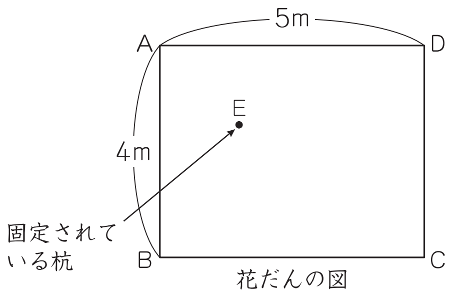
・2 種類の花を植える。

・2 種類の花を植える面積は等しくする。

・花だんにある固定されている杭(くい)(E)と，立てた 1 本の杭の間に 1 本のロープを張る。

・4 本のロープを張って花だんを 4 つに区切る。

・区切られた 1 つの場所には，1 種類の花を植え，となり合う場所には異なる種類の花を植えることとする。

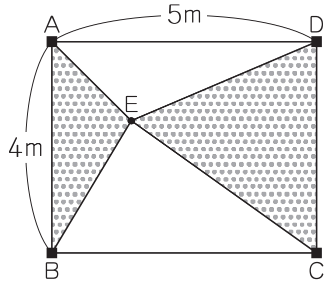


花だんの図

[宮城県立仙台二華改]

(1) **図 1** のように花だん(長方形 ABCD)の四すみに 4 本の杭を立てることにしました。 部分の 2 つの三角形の面積の合計が，長方形 ABCD の面積の半分になることを，ことばや式を使って説明しなさい。ただし，■印は立てた杭の場所を示し，杭の面積は考えないものとします。

図 1

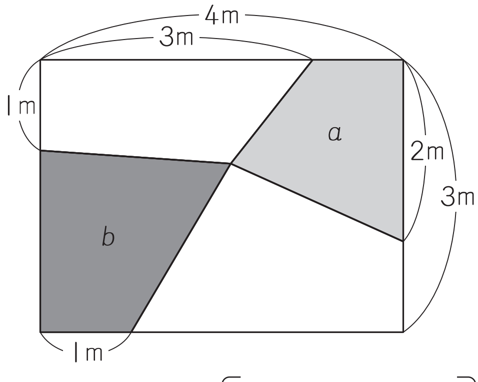


(説明)

(2) となりには，**図 2** のような長方形の花だんがもう 1 つあり，ロープで 4 つに区切られています。4 種類の花が植えられていますが，それぞれの花を植えている面積は等しいとは限りません。

a の面積が $\frac{5}{2}\,\mathrm{m}^2$ のとき，b の面積は a の面積の何倍か答えなさい。

図 2



[　　　　倍]